CONÈIXER EL PASSAT PER ENTENDRE EL PRESENT QUE ESDEVINDRÀ EL FUTUR. SOPHIE GERMAIN, MATEMÀTICA REVOLUCIONÀRIA

Mª Rosa Massa-Esteve
Catedràtica emèrita de Matemàtica Aplicada
Departament de Matemàtiques. Professora de la FME
Universitat Politècnica de Catalunya
m.rosa.massa@upc.edu

Propòsit

- Un primer propòsit d'aquesta lliçó inaugural és mostrar la rellevància de conèixer el passat de les matemàtiques, que, moltes vegades, permet entendre el present, i que, pot ajudar també a desenvolupar nous resultats en el futur.

- Un dels temes, encara no prou treballats en la història de la ciència, es posar en valor, en cada període històric, l'aportació de les dones en la construcció del coneixement científic. Així, un segon propòsit d'aquesta lliçó, es homenatjar i donar a conèixer una excel·lent matemàtica del segle XVIII: Sophie Germain (1776-1831), que és la matemàtica del curs 2025-2026 a la nostra FME.

Sumari

- 1. Introducció. Estudiar i ensenyar història de les matemàtiques. Dones científiques
- 2. Context Sophie Germain: La Il·lustració, la Revolució Francesa i les matemàtiques
- 3. La infantesa de Sophie Germain (1776-1831)
- 4. L'ensenyament a l' École Polytechnique (1794)
- 5. Sobre la teoria de les superfícies elàstiques
- 6. La correspondència i el Teorema de Fermat
- 7. Sobre les obres filosòfiques de Sophie
- 8. Algunes reflexions
- 9. Algunes referències

1. Introducció. Estudiar i ensenyar Història de les Matemàtiques. Dones científiques

- **Estudiar la Història de les Matemàtiques**:"Pour prévoir l'avenir des Mathématiques, la vraie méthode est d'en étudier l'histoire et l'état présent".
- Henri Poincaré (1854-1912), *L'avenir des Mathématiques*, 1909. Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici (Roma, 6-11 Aprile 1908). G. Castelnuovo (ed.), Tipografia della R. Accademia dei Lincei, Roma, 1909, pp. 167–182.
- "Per preveure el futur de les Matemàtiques, el veritable mètode és estudiar-ne la història i l'estat present".

1. Introducció. Estudiar i ensenyar Història de les Matemàtiques. Dones científiques

Ensenyar Història de les Matemàtiques: *La ciència creix per processos mixtos d'anàlisi i de síntesi. Tots aquests processos romanen ocults en les exposicions sintètiques de la Ciència utilitzades sovint en l'ensenyament.*

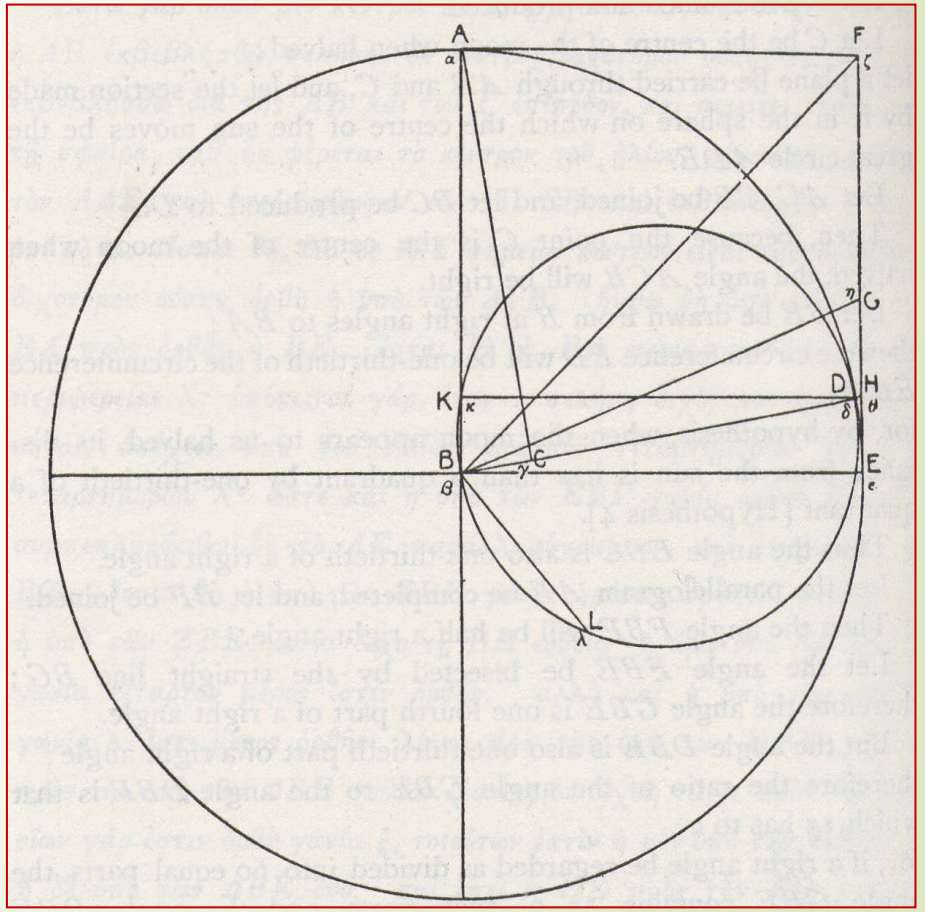
Cercant una economia d'exposició que acostuma a ser més avantatjosa per qui exposa que per qui la rep, s'ha anat accentuant cada cop més la separació entre dos processos que mai no haurien d'haver-se divorciat: el de la gènesi dels coneixements i el de la seva transmissió.

Pere Puig i Adam (1900-1960)

1. Introducció. **Estudiar i ensenyar Història de les Matemàtiques**. Dones científiques

- L'aprenentatge i l'ensenyament de la historia de les matemàtiques contribueix a la formació integral de l'alumnat, ja siguin matemàtics o enginyers, en tres vessants: per una banda, aporta una visió diferent de la matemàtica, per l'altra, facilita la comprensió i aprenentatge dels conceptes i mètodes matemàtics i, finalment, ajuda a entendre la creació de les parts de la matemàtica.

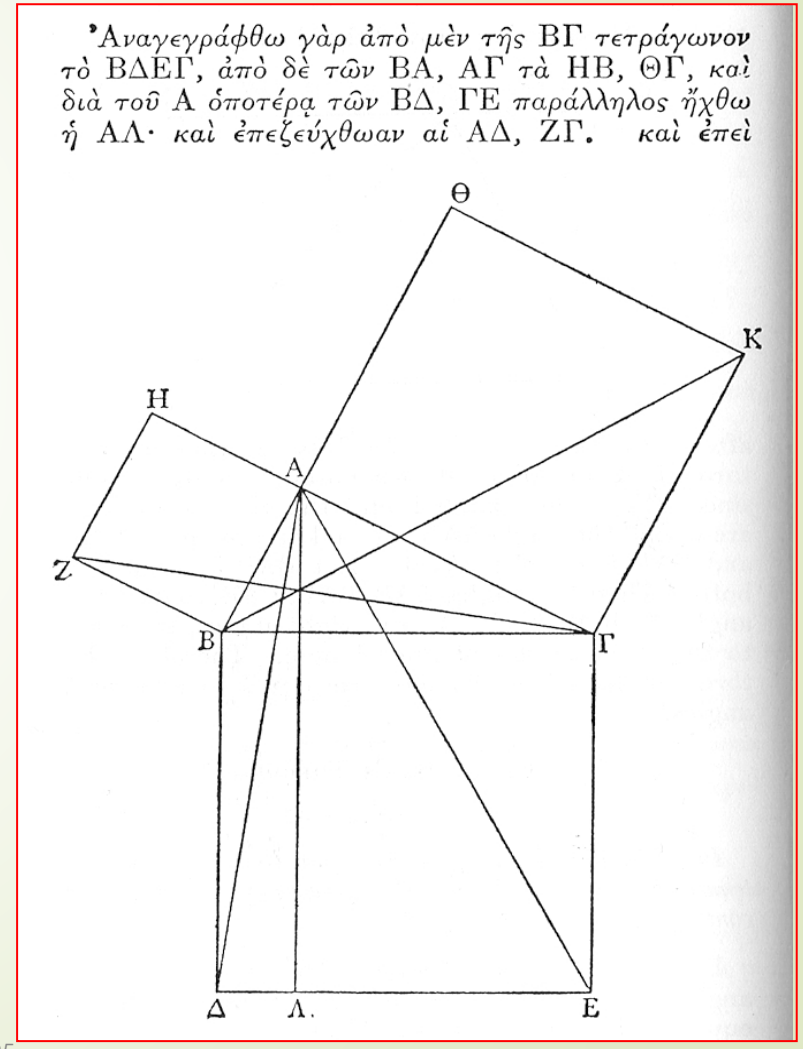
- 1. Els temes d' història de les matemàtiques transmeten una percepció de la matemàtica com una ciència útil, dinàmica, humana, interdisciplinària i heurística, a la vegada que complementen l'estudi temàtic de les parts de la matemàtica.
- Aristarc de Samos. *Sobre les mides i distàncies del Sol i la Lluna* (230 aC).



1. Introducció. **Estudiar i ensenyar Història de les Matemàtiques**. Dones científiques

2. Els matemàtics/matemàtiques coneixedors dels processos i mètodes de la història de la matemàtica comprenen millor els fonaments i la naturalesa de la matemàtica. Mitjançant les anàlisis comparatives de mètodes i demostracions històriques aprenen noves estratègies i nous algoritmes i poden reflexionar sobre el significat dels processos, com ara l'àlgebra a la geometria, anomenat algebrització, o bé la creació del càlcul infinitesimal o sobre conceptes claus con ara les equacions, el límit, la funció, l'infinit, les series o la continuïtat, que s'empren habitualment en les classes.

Els Elements d'Euclides (300 aC.), Llibre I. Prop. 47.



1. Introducció. **Estudiar i ensenyar Història de les Matemàtiques**. Dones científiques

3. I, la tercera, com ha esdevingut la formació de les branques de la matemàtica i les relacions d'aquestes amb les altres ciències. Així, els matemàtics que coneixen i "practiquen" la història de les matemàtiques son també capaços d'entendre millor com i per què s'han anat formant les diferents parts de la matemàtica: l' àlgebra, la geometria analítica, el càlcul diferencial, la teoria de nombres, la anàlisis, les seves diferents interrelacions i les seves connexions amb altres disciplines.

$FO.\ u.$

$FO.\ a.$ $FO.\ r.$

$FO.\ a^2.$ $FO.\ ar.$ $FO.\ r^2.$

$FO.\ a^3.$ $FO.\ a^2r.$ $FO.\ ar^2.$ $FO.\ r^3.$

Fig. 1 *Tabula Formosa* (Mengoli 1659)

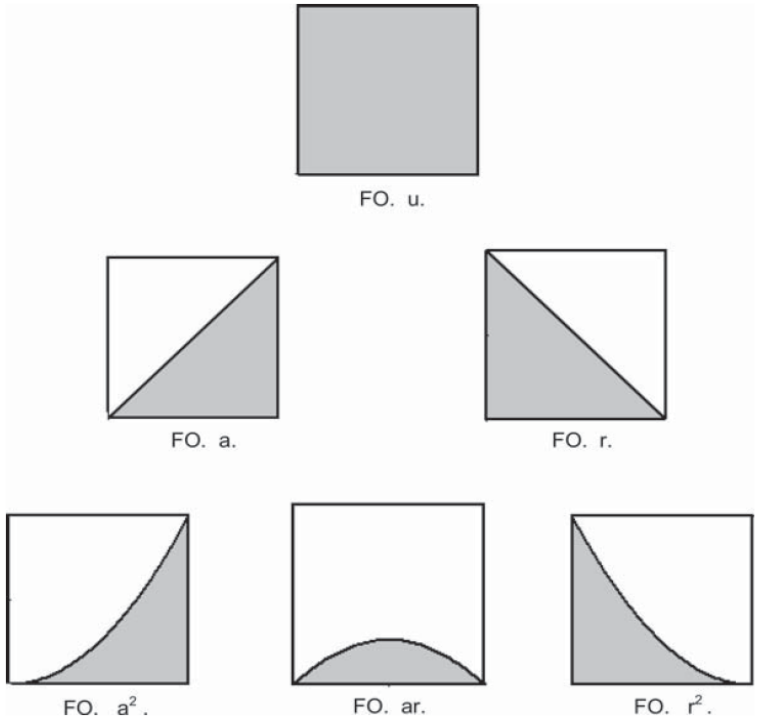


Fig. 2 The authors' sketches of geometric figures

$$\int_0^1 1\,dx$$

$$\int_0^1 x\,dx \qquad \int_0^1 (1-x)\,dx$$

$$\int_0^1 x^2\,dx \quad \int_0^1 x(1-x)\,dx \quad \int_0^1 (1-x)^2\,dx$$

$$\int_0^1 x^3\,dx \quad \int_0^1 x^2(1-x)\,dx \quad \int_0^1 x(1-x)^2\,dx \quad \int_0^1 (1-x)^3\,dx$$

$$\int_0^1 x^4\,dx \quad \int_0^1 x^3(1-x)\,dx \quad \int_0^1 x^2(1-x)^2\,dx \quad \int_0^1 x(1-x)^3\,dx \quad \int_0^1 (1-x)^4\,dx$$

Fig. 6 *Tabula Formosa* in modern notation

$$B(1,1)$$

$$B(2,1) \quad B(1,2)$$

$$B(3,1) \quad B(2,2) \quad B(1,3)$$

$$B(4,1) \quad B(3,2) \quad B(2,3) \quad B(1,4)$$

$$B(5,1) \quad B(4,2) \quad B(3,3) \quad B(2,4) \quad B(1,5)$$

1

1/2* 1/2

1/3 1/ 6 1/3

1/4 1/12 1/12 1/5

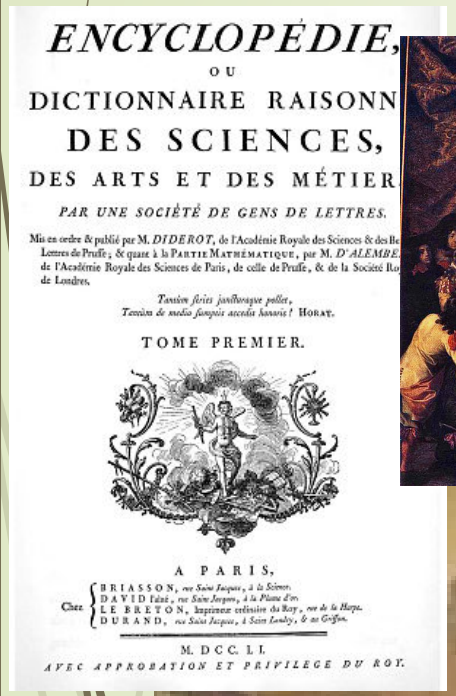
1/5 1/20 1/30 1/20 1/5

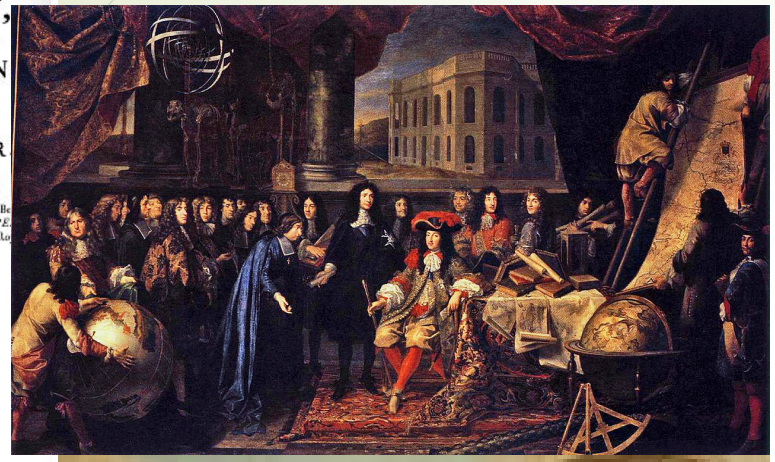
Fig. 5 Harmonic triangle (Mengoli 1672). *Mengoli wrote 1(2) to express 1/2, 1(3) to express 1/3 and so on

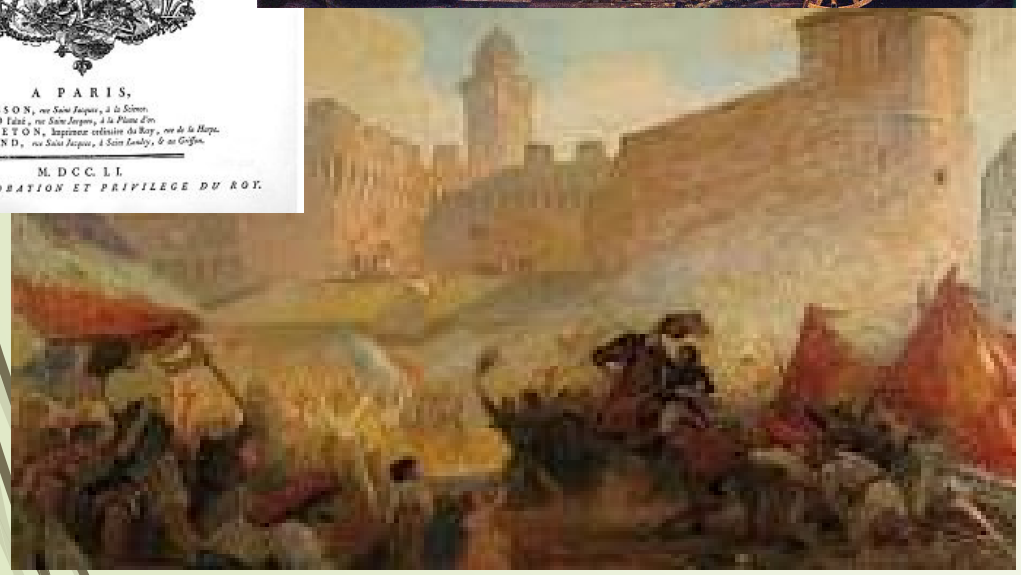
1. Introducció. Estudiar i ensenyar Història de les Matemàtiques. **Dones científiques**

Hipàtia d'Alexandria (ca. 370-415)
Hildegara de Bingen (1098-1179)
Sophia Brahe (1556-1643)
Maria Cunitz (1610-1664)
Elisabetha Hevelius (1647-1693)
Marie Meurdrac (aprox. 1666)
Maria Sibylla Merian (1647-1717)
Gabrielle-Émilie Le Tonr de Breteuil, Mme du Châtelet (1706-1749)
Laura Bassi (1711-1778)
Maria Gaetana Agnesi (1718-1799)
Marie Anne Paulze (1758-1836)
Sophie Germain (1776-1831)
Ada Lovelace (1815-1852)
Florence Nightingale (1820-1910)
Sofia Kovaleskaya (1850-1891)
Mileva Maric (1875-1948)
Emmy Noether (1882-1935)
Katherine Coleman Goble Johnson (1918-2020)
Maryam Mirzakhani (1977-2017)

2. Context Sophie Germain (1776-1823): *L'Acadèmie des Sciences* (1666), La Il·lustració, *L'Encyclopédie* (1751-1772) i la Revolució Francesa (1789-1799)


ENCYCLOPÉDIE,
OU
DICTIONNAIRE RAISONN
DES SCIENCES,
DES ARTS ET DES MÉTIER
PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES.
TOME PREMIER.
A PARIS,
M. DCC. LI.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.





La Il·lustració va ser un moviment intel·lectual i cultural que pretenia canviar la societat. Algunes característiques: Antropocentrisme: Centre societat = l'home. La religió perd poder. Racionalisme: Tot es redueix a la raó. Si no pots raonar, no pots creure. Hipercriticisme: Critiquen la superstició, la màgia. Pragmatisme: El que es faci ha de ser útil i per trobar la felicitat.
Alguns personatges: Diderot, Euler, D'Alembert.

Ambient de foscor →"il·luminar" la societat fent arribar el saber a les classes populars:*«L'Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers»* (1751-1772) estava composta per 17 volums ordenats alfabèticament i també 9 volums d' il·lustracions. Més de 100 personatges de l'època hi varen participar.

2. Context matemàtic: Les matemàtiques del segle XVIII

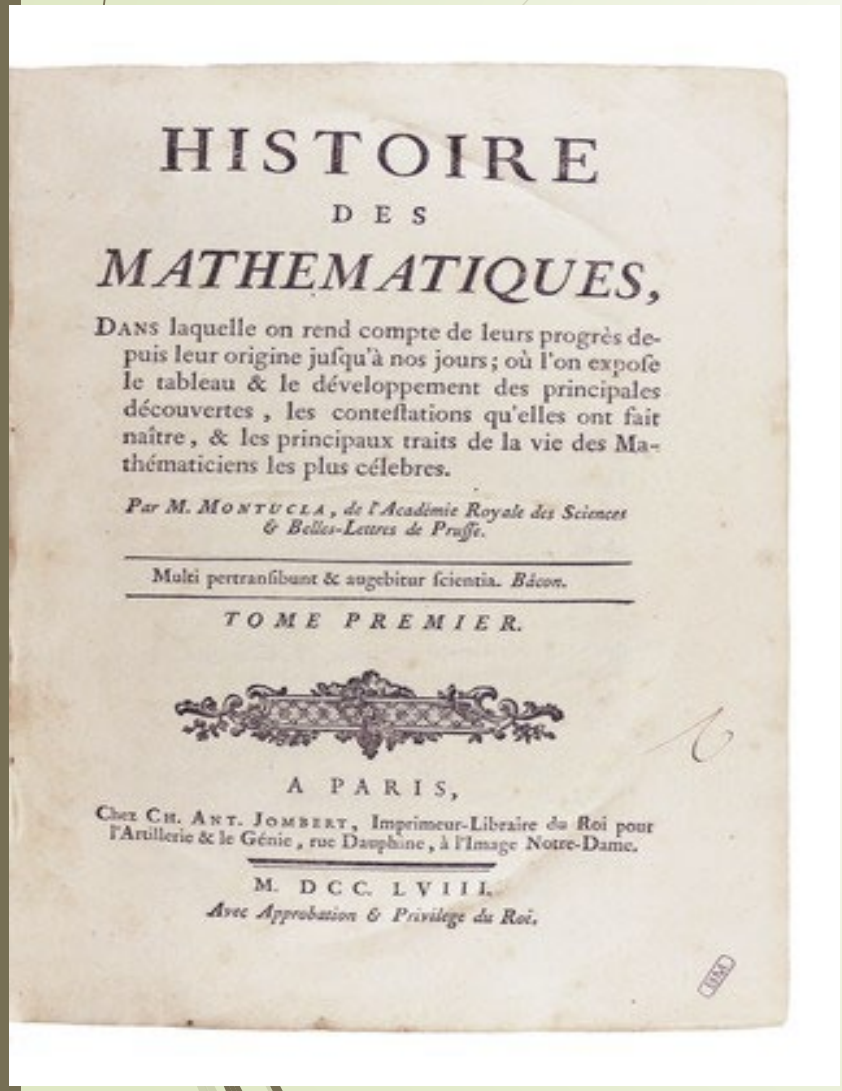
- Les matemàtiques en el segle XVII es varen desenvolupar per la interacció de tres forces fonamentals: :
- 1) l' herència matemàtica clàssica exemplificada per les obres d' Euclides i Arquímedes;
- 2) l'emergència de l' álgebra i la seva utilització en la geometria que condueixen a una algebrització de la geometria; i finalment,
- 3) la revolució de l'infinit, és a dir, l' extensió del domini propi de les matemàtiques a l'ús d' algoritmes infinits i a l'estudi d' objectes geomètrics de dimensió infinita.

- Gràcies a la circulació de les obres de François Viète (1540-1603), de Pierre de Fermat (1601-1665) i, sobretot, a *La Géométrie* (1637) de René Descartes (1596-1650), el llenguatge simbòlic i els procediments analític-algebraics es varen aplicar a diferents camps i es va estendre el procés d'algebrització. En concret, alguns autors del segle XVIII, com ara John Wallis (1616–1703), Isaac Newton (1643-1727), Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) i Leonhard Euler (1707-1783), van començar a fer servir els procediments algebraics per resoldre problemes de quadratures, com ara, la quadratura del cercle, per representar funcions, per treballar amb series, per la teoria de nombres,...

3. La infantesa de Sophie: la biblioteca

- Sophie Germain (1 d'abril de 1776 - 27 de juny de 1831), va ser una de les matemàtiques més brillant abans de la nostra era.
- Era filla d'Ambroise–François Germain i Marie-Madeleine Gruguelu. El seu pare va ser escollit Diputat de l'Assemblea Nacional l'any 1789. I més tard, va esdevenir un dels directors del Banc de França.
- La seva biografia te com a font l'obituari que va publicar el seu amic i alumne matemàtic Gugliemo Libri (1803-1869), després de la seva mort.
- L'extensa biblioteca del seu pare va permetre a Sophie educar-se, llegint a casa seva des de petita.

3. La infantesa de Sophie: la biblioteca



HISTOIRE
DES
MATHEMATIQUES,

DANS laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours; où l'on expose le tableau & le développement des principales découvertes, les conteſtations qu'elles ont fait naître, & les principaux traits de la vie des Mathématiciens les plus célebres.

Par M. MONTUCLA, de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Pruſſe.

Multi pertranſibunt & augebitur ſcientia. *Bacon.*

TOME PREMIER.

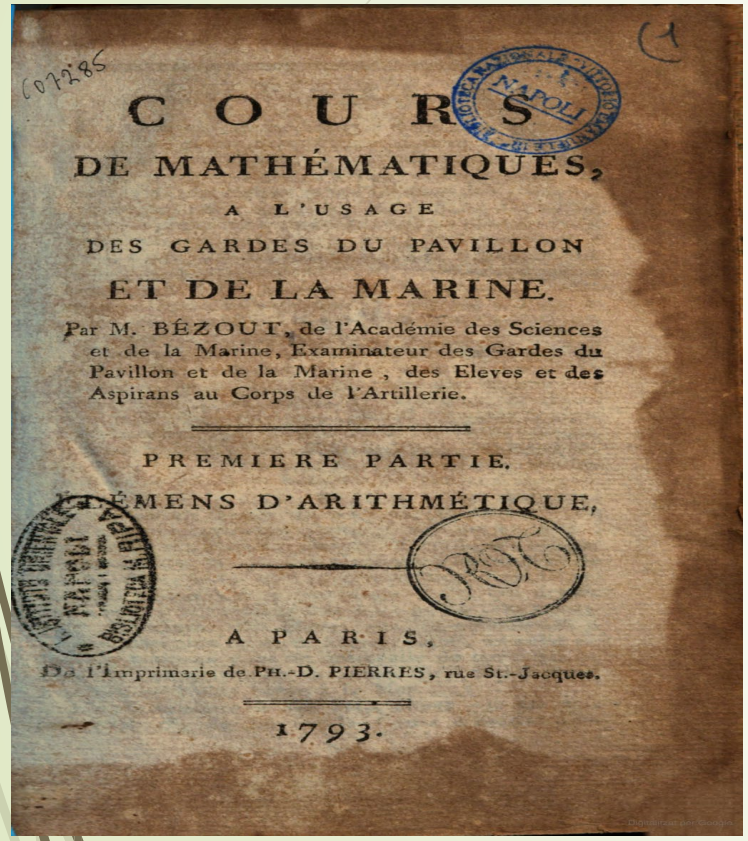
A PARIS,

Chez CH. ANT. JOMBERT, Imprimeur-Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame.

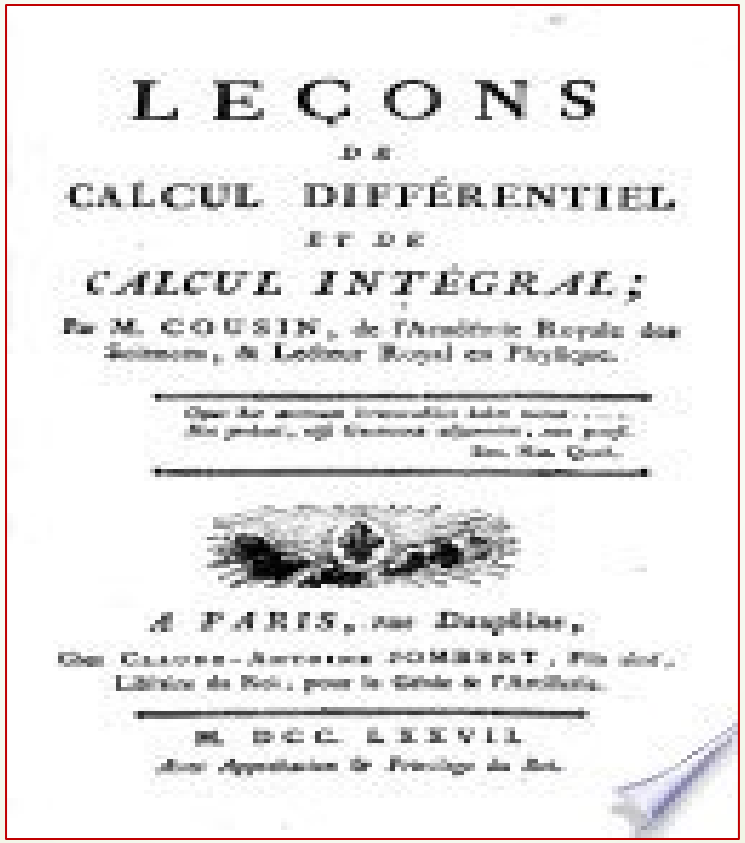
M. DCC. LVIII.
Avec Approbation & Privilege du Roi.

- Quan tenia 13 anys, Sophie va llegir en l'obra *Histoire des Mathématiques* (1758) de Jean-Étienne Montucla (1725-1799) la tràgica mort d'Arquímedes, que la va impressionar molt.
- S'explica que Arquímedes estava tan concentrat fent demostracions matemàtiques que s'oblidava de menjar i beure. De fet, un soldat Romà el va matar perquè ell no va parar de fer matemàtiques.
- Els seus biògrafs creuen que aquesta història va impressionar tant a Sophie, que ella també va voler entrar en el mon de les matemàtiques.

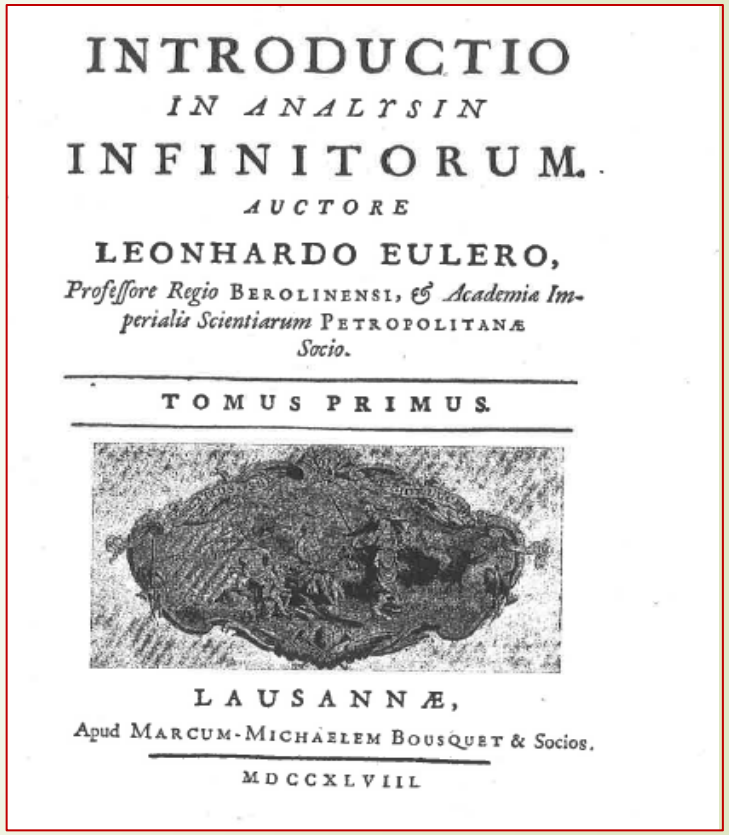
3. La infantesa de Sophie: la biblioteca, Etienne Bézout (1730-1783), Jacques Antoine-Joseph Cousin (1739-1800), Leonhard Euler (1707-1783).


COURS
DE MATHÉMATIQUES,
A L'USAGE
DES GARDES DU PAVILLON
ET DE LA MARINE.
Par M. BÉZOUT, de l'Académie des Sciences et de la Marine, Examinateur des Gardes du Pavillon et de la Marine, des Eleves et des Aspirans au Corps de l'Artillerie.
PREMIERE PARTIE.
ÉLÉMENS D'ARITHMÉTIQUE,
A PARIS,
De l'Imprimerie de PH.-D. PIERRES, rue St.-Jacques.
1793.

Cours de mathématiques à l'usage des gardes du pavillon et de la Marine (1775).


LEÇONS
DE
CALCUL DIFFÉRENTIEL
ET DE
CALCUL INTÉGRAL;
A PARIS,
M. DCC. LXXVII

Leçons de calcul différentiel et de calcul integral (1777)


INTRODUCTIO
IN ANALYSIN
INFINITORUM.
AUCTORE
LEONHARDO EULERO,
Professore Regio BEROLINENSI, & Academiæ Imperialis Scientiarum PETROPOLITANÆ Socio.
TOMUS PRIMUS.
LAUSANNÆ,
Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & Socios.
MDCCXLVIII.

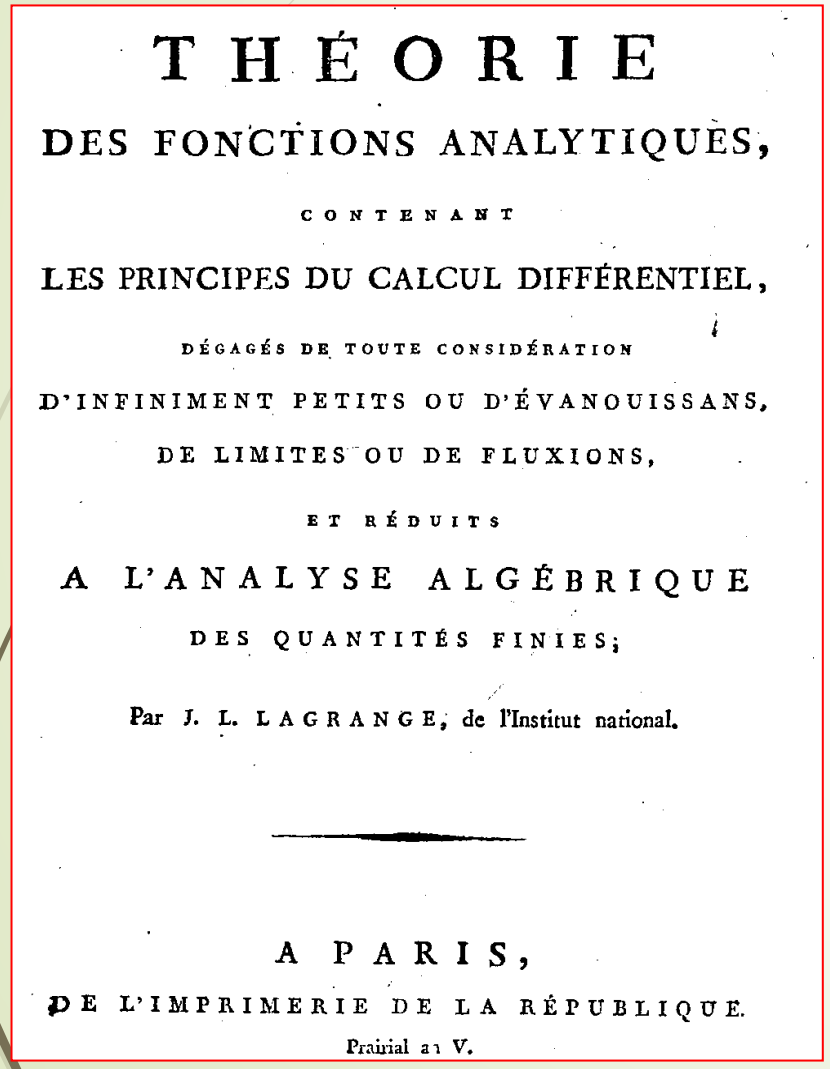
Introductio in Analysin Infinitorum (1748)

4. L'ensenyament a l'École Polytecnique (1794)

Quan Sophie tenia 18 anys es va fundar a Paris l' École Polytechnique (també anomenada École Centrale des travaux Publics) per Lazare Nicolas Marguerite Carnot (1753-1823) i Gaspard Monge (1746-1818).

Com que era una dona no podia esser estudiant de la Polytechnique, però va aconseguir els apunts d'alguns cursos com els d'Antoine François de Fourcroy (1755-1809) de química i els del curs d'anàlisis de Joseph-Louis Lagrange (1736-1813).

4. L'ensenyament a l' École Polytechnique (1794)



THÉORIE
DES FONCTIONS ANALYTIQUES,
CONTENANT
LES PRINCIPES DU CALCUL DIFFÉRENTIEL,
DÉGAGÉS DE TOUTE CONSIDÉRATION
D'INFINIMENT PETITS OU D'ÉVANOUISSANS,
DE LIMITES OU DE FLUXIONS,
ET RÉDUITS
A L'ANALYSE ALGÉBRIQUE
DES QUANTITÉS FINIES;
Par J. L. LAGRANGE, de l'Institut national.
A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE DE LA RÉPUBLIQUE.
Prairial an V.

Lagrange va expressar la necessitat d'emprar l'àlgebra al càlcul diferencial:

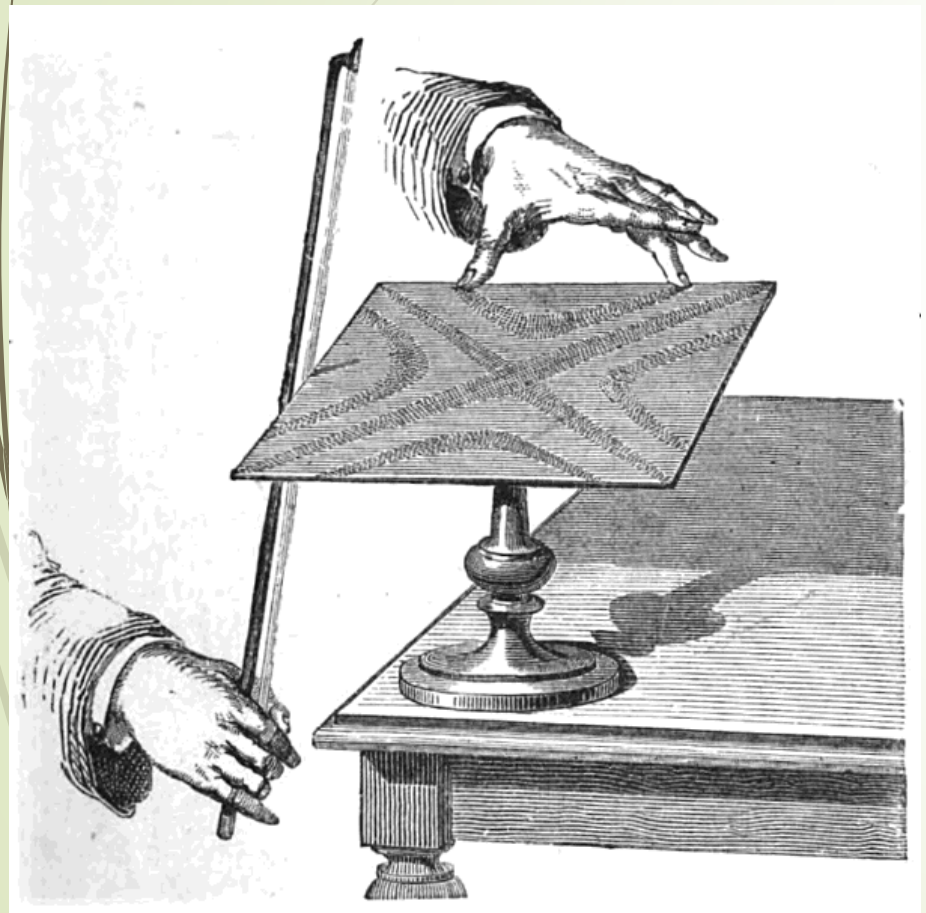
"Teoria de les funcions analítiques, contenint els principis del càlcul diferencial, alliberats de tota consideració d'infinitament petits o d'infinitèsims, de límits o de fluxions i reduïts a l'anàlisi algebraic de les quantitats finites." (1797)

4. L'ensenyament a la École Polytechnique (1794): Lagrange

- Al final de curs Lagrange invitava als seus alumnes a enviar-li observacions sobre els continguts del curs. Sophie li va enviar un text amb el pseudònim M. Leblanc, que era el nom d'un estudiant Antoine-August Leblanc que havia deixat els estudis.

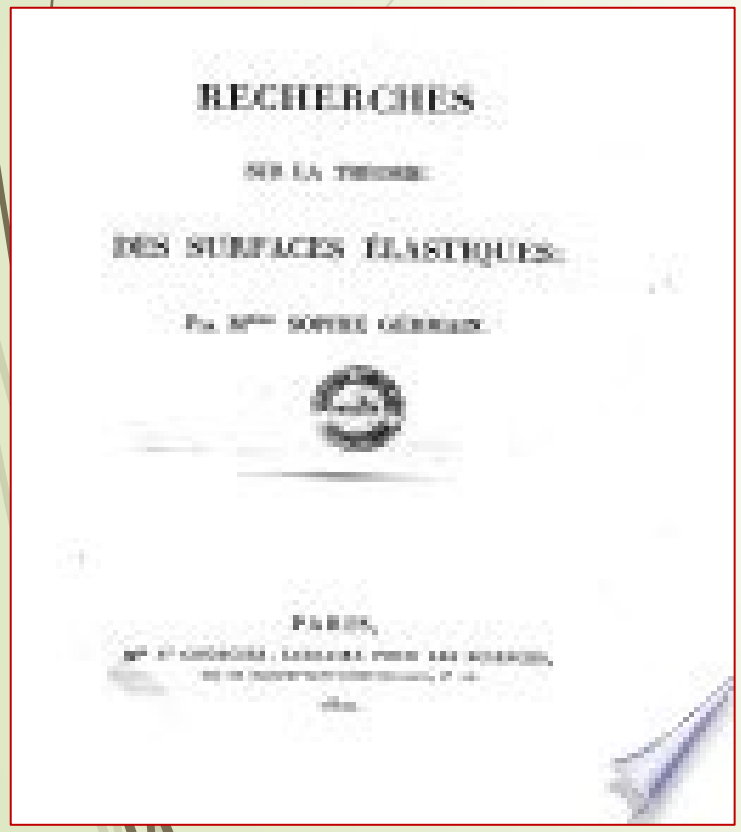
- Lagrange públicament va lloar els resultats del text de Sophie i encara que va descobrir la seva identitat, no la va delatar, i es va convertir en el seu amic i conseller.

5. Sobre la teoria de les superfícies elàstiques



- El 1808, Ernst Florens Friedrich Chladni (1756-1827), físic alemany, va mostrar els seus experiments a París. Primer a l'Institut de França i després a Napoleó.
- L'experiment consistia en observar les figures que es formaven al escampar sorra sobre la placa que estava fixada al centre i era subjectada pels dits en un dels costats. La placa es feia vibrar movent un arc de violí (vegeu figura).
- I així, el 1809, l'Acadèmia de Ciències va establir un premi extraordinari, que es concediria a la persona que expliqués matemàticament aquest fenomen físic: les vibracions de les superfícies elàstiques. La data límit per participar era l'1 d'octubre de 1811.

5. Sobre la teoria de les superfícies elàstiques


RECHERCHES

SUR LA THÉORIE

DES SURFACES ÉLASTIQUES.

Par Mlle SOPHIE GERMAIN.

PARIS,

Sophie va començar les seves investigacions amb els resultats sobre elasticitat obtinguts per Euler. Sophie es va presentar el 21 de setembre de 1811, era l'única concursant. Al gener de 1812 varen tornar a proposar el concurs. El 1813 va enviar la segona memòria obtenint una menció honorífica i el 26 de desembre de 1815, la tercera i última participació.

Així, el 8 de gener de 1816, l'institut va anunciar públicament que Sophie Germain havia guanyat el premi per la seva teoria matemàtica de les vibracions de les superfícies elàstiques planes. Però ella no va recollir el premi. Fourier i Legendre varen insistir en que publiqués els fonaments de la seva anàlisi. I el 1821 es va auto publicar la memòria:"Recherches sur la théorie des Surfaces elastiques." El 1828, Germain publicà també a *Annales de physique et de chimie* un article on ella analitza els principis de la seva anàlisi sobre les superfícies elàstiques.

6. La correspondència i el teorema de Fermat: Gauss i Legendre

- Sophie va estudiar també l'obra d'Adrien Marie Legendre (1752-1833) *"Essai sur la théorie des nombres"* (1798) i el llibre de Carl Friedrich Gauss (1777-1855) *"Disquisitiones Arithmeticae"* (1801). Es va inspirar en aquestes obres i va començar el seu estudi de la Teoria de Nombres.

- La correspondència amb aquests grans matemàtics va ser el mitjà per completar la seva formació. Així quan Legendre va publicar la seva obra de 1798, ella el va escriure sobre els problemes que ell havia suggerit.

- El 1818 la comissió de l'Acadèmia de Ciències de França, dirigida per Legendre, va anunciar que l'últim teorema de Fermat seria el tema pel concurs de matemàtiques de l'any següent. Sophie no va presentar cap treball referent al tema del concurs, però va seguir treballant-hi.

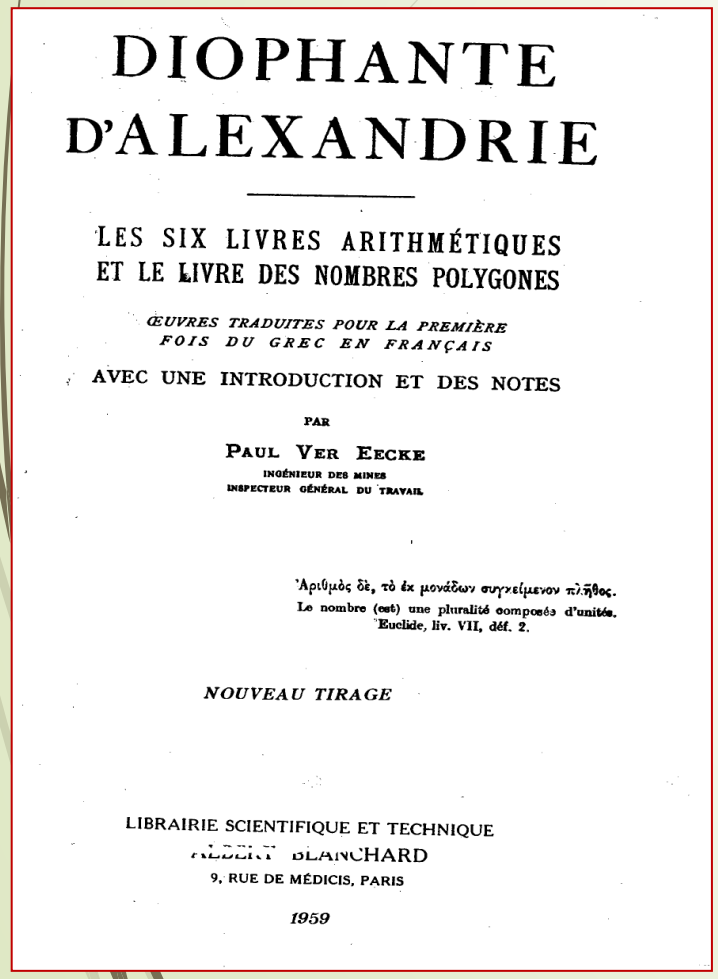
6. La correspondencia i el teorema de Fermat: Gauss

- Inicia la correspondència amb Gauss el 21 de Novembre de 1804, sota el pseudònim de Le Blanc, per ensenyar-li les seves investigacions sobre la teoria de nombres enfocades a resoldre l'últim teorema de Fermat.

- Aquest teorema és un dels més famosos en la història de les matemàtiques. La recerca de la seva demostració va contribuir al desenvolupament de la teoria dels nombres en l'àlgebra.

- Escriu 10 cartes, però a la sexta el 20 de febrer de 1807, Sophie revela la seva identitat. La seva resposta del 30 d'abril va ser molt afalagadora i encara li corregeix unes notes. El gener de 1808 rep l'última carta de Gauss. De fet, els continguts científics de la carta a Gauss del 1819 no s'han conegut fins l'any 2005.

6. La correspondència i el Teorema de Fermat. Diofant d'Alexandria (250-334)



DIOPHANTE
D'ALEXANDRIE

LES SIX LIVRES ARITHMÉTIQUES
ET LE LIVRE DES NOMBRES POLYGONES

ŒUVRES TRADUITES POUR LA PREMIÈRE FOIS DU GREC EN FRANÇAIS

AVEC UNE INTRODUCTION ET DES NOTES

PAR

PAUL VER EECKE

INGÉNIEUR DES MINES
INSPECTEUR GÉNÉRAL DU TRAVAIL

Ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.
Le nombre (est) une pluralité composée d'unités.
Euclide, liv. VII, déf. 2.

NOUVEAU TIRAGE

LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
ALBERT BLANCHARD
9, RUE DE MÉDICIS, PARIS

1959

- Diofant d'Alexandria: *L' Aritmètica* consta de 13 llibres dels quals només se'n conserven sis.

- Conté 189 problemes repartits al llarg dels sis llibres. Tots els problemes es caracteritzen pel fet que les seves solucions no consideren mai més que una incògnita, sigui quin sigui el nombre d'incògnites a trobar.

- Constitueixen un recull de problemes independents d'anàlisi algebraic on les demostracions aritmètiques no es sotmeten a justificació geomètrica. Es podria considerar com un recull d'exercicis per ajudar a un dels seus estudiants a aprendre la matèria.

6. Sobre el Teorema de Fermat. Diofant d'Alexandria (250-334)

- Pel que fa a l'estil abunden els imperatius i altres referències verbals que individualitzen i apunten directament al lector.
- Quant al mètode de demostració, es considera en general que no existeix un mètode sistemàtic per resoldre les equacions indeterminades de Diofant, ja que utilitzava tècniques i conceptes matemàtics que no havien estat prèviament teoritzats.
- Es creu que era un virtuós, molt hàbil amb l'ús d'artificis elegants que, si bé li permetien cada vegada trobar una solució particular d'una equació indeterminada o d'una equació de primer o segon grau, no pretenien cap generalització.
- No hi havia una teoria prèvia ni unes regles clares. Es tractava de trobar solucions a equacions concretes de segon grau o fins i tot a equacions indeterminades.
- No resolia problemes referits a la vida real i es conformava en donar una solució, en trobar un nombre que verifiqui l'enunciat.

6. Sobre el Teorema de Fermat.

- Pierre de Fermat (1601-1655) va ser un jurista i matemàtic francès de la primera meitat del segle XVII.
- Va fer grans aportacions en al camp de les matemàtiques, principalment en el camp de la teoria dels nombres, també va contribuir al desenvolupament de la geometria analítica, del càlcul infinitesimal, i va inventar un mètode per resoldre problemes de màxims i mínims.
- El manuscrit de Diofant en grec va ser vist per Regiomontanus el 1462 a Vènecia, Bombelli el va veure al Vaticà, el va estudiar i va incorporar alguns d'aquests problemes a la seva obra *L'Algebra* (1572). L'any 1575, Wilhelm Holtzman (Xilander) publica el manuscrit en llatí i finalment, el 1621, Claude Gaspar Bachet (1581-1638) farà la versió definitiva en llatí.
- El 1637, Fermat va escriure una afirmació a la seva còpia de l'*Aritmètica* de Diofant d'Alexandria, després de llegir la proposició VIII del llibre II, que va esdevenir l'anomenat últim Teorema de Fermat.

6. Sobre el Teorema de Fermat. Llibre II. Proposició VIII: Dividir un quadrat donat en dos quadrats

54 DIOPHANTE D'ALEXANDRIE

Proposons donc de partager 16 en deux carrés.

Posons que le premier nombre est 1 carré d'arithme. Dès lors, l'autre nombre sera 16 unités moins 1 carré d'arithme. Il faut donc que 16 unités moins 1 carré d'arithme soient égaux à un carré.

Formons le carré d'une quantité quelconque d'arithmes diminuée d'autant d'unités qu'en possède la racine de 16 unités. Que ce soit le carré de 2 arithmes moins 4 unités. Ce carré sera donc 4 carrés d'arithme plus 16 unités moins 16 arithmes. Égalons-le à 16 unités moins 1 carré d'arithme ; ajoutons de part et d'autre les termes négatifs, et retranchons les semblables des semblables. Il s'ensuit que 5 carrés d'arithme sont égaux à 16 arithmes, et l'arithme devient $\frac{16}{5}$. Dès lors, l'un des nombres sera $\frac{256}{25}$, et l'autre sera $\frac{144}{25}$. Or, ces deux nombres additionnés forment $\frac{400}{25}$, c'est-à-dire 16 unités, et chacun d'eux est un carré (1).

$$x^2 + y^2 = z^2$$
$$z^2 = 16 \; ; \; z = 4$$

Procediment de Diofant (resol un cas particular prenent m = 2).
Li dóna com a solució: x = 16 / 5 i y = 12 / 5.

Si nosaltres resolem amb el mateix procediment amb la lletra "m", s'estableix:

$$16 - y^2 = (m \cdot y - 4)^2$$
$$16 - y^2 = m^2y^2 - 8 \cdot m \cdot y + 16$$

I dóna com a solució:

$$y = 8 \cdot m / (m^2 + 1) = 16/5.$$
$$x = 4 \cdot (m^2 - 1) / (m^2 + 1) = 12/5.$$

6. Sobre el Teorema de Fermat

- Aquesta proposició dóna lloc a la nota en el marge de Fermat (1637) en l'obra llatina de 1621 de Bachet:

"Per contra, és impossible partir un cub en dos cubs, un biquadrat en dos biquadrats o més generalment, una potència qualsevol, treta la del quadrat, en dues potències del mateix exponent. He descobert una demostració veritablement meravellosa de la cosa, però el marge és massa petit per contenir-la".

D'aquí que l'últim teorema de Fermat afirma que l'equació $X^n + Y^n = Z^n$ no té cap solució entera X, Y, Z, per a exponents naturals n>2, essent X, Y, Z diferents de zero.

Euler ho va demostrar per a l'exponent 3 i per 4, Dirichlet per 5 i recentment s'ha demostrat en general (Andrew Wiles, el segle XX).

També Sophie Germain va treballar sobre aquest teorema, resolent per uns nombres primers (anomenats de Germain), com ara 2, 3, 5, 11, ... Aquests verifiquen que si (p) és primer, 2· (p) +1 també és primer. Així, 7 no és primer de Germain, ja que 2·7 +1= 15 no és primer.

6. Sobre el Teorema de Fermat, Legendre atribueix a Sophie una demostració en la seva segona publicación (1825).

- El 1825 Legendre cita a Sophie com a autora de la demostració d'un cas del teorema de Fermat.

- "Mlle Sophie Germain, qui cultive avec succès les sciences physiques et mathématiques, comme le prouve le Prix qu'elle a remporté à l'Académie sur les vibrations des lames élastiques. On lui doit encore la proposition de l'art . 13 et celle qui concerne la forme particulière des diviseurs premiers de a, donnée dans l'art 11." Legendre (1825). *Second supplément . Essai sur la théorie des nombres* .

- "La Senyoreta Sophie Germain, que cultiva amb èxit les ciències físiques i matemàtiques, com ho prova el Premi que ella ha obtingut a l'Acadèmie (1816) sobre la vibració de les plaques elàstiques. Se li deu encara la proposició de l'article 13 i la que concerneix a la forma particular dels divisors primers d' a , donada a l'article 11.

6. Sobre el Teorema de Fermat a Germain (2010)

ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com
ScienceDirect

Historia Mathematica 37 (2010) 641–692

HISTORIA MATHEMATICA

www.elsevier.com/locate/yhmat

"Voici ce que j'ai trouvé:" Sophie Germain's grand plan to prove Fermat's Last Theorem

Reinhard Laubenbacher [a], David Pengelley [b,*]

[a] *Virginia Bioinformatics Institute, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA 24061, USA*
[b] *Mathematical Sciences, New Mexico State University, Las Cruces, NM 88003, USA*

Available online 9 March 2010

Dedicated to the memory of my parents, Daphne and Ted Pengelley, for inspiring my interest in history, and to Pat Penfield, for her talented, dedicated, and invaluable editorial help, love and enthusiasm, and support for this project

Abstract

A study of Sophie Germain's extensive manuscripts on Fermat's Last Theorem calls for a reassessment of her work in number theory. There is much in these manuscripts beyond the single theorem for Case 1 for which she is known from a published footnote by Legendre. Germain had a full-fledged, highly developed, sophisticated plan of attack on Fermat's Last Theorem. The supporting algorithms she invented for this plan are based on ideas and results discovered independently only much later by others, and her methods are quite different from any of Legendre's. In addition to her program for proving Fermat's Last Theorem in its entirety, Germain also made major efforts at proofs for particular families of exponents. The isolation Germain worked in, due in substantial part to her difficult position as a woman, was perhaps sufficient that much of this extensive and impressive work may never have been studied and understood by anyone.

© 2009 Elsevier Inc. All rights reserved.

7. Sobre les obres filosòfiques de Sophie: *Considérations générales sur l'état des sciences et des lettres,...* (Germain, 1833):

- Aquesta obra pòstuma, que no estava destinada a la impressió, va ser publicada per Jacques-Armand Lherbette, el seu nebot. Conté una nota de l'editor, un petit homenatge escrit per Gugliemo Libri i dos capítols:

- Capítol 1. "Comment les sciences et les lettres sont dominées par un sentiment qui leur est commun." "Com les ciències i les lletres són dominades per un sentiment que els hi és comú".
- Capítol 2. "Considérations générales sur l'état des sciences et des lettres, aux différentes époques de leur culture." "Consideracions generals sobre l'estat de les ciències i de les lletres, en les diferents èpoques de la seva cultura."

7. Considérations générales sur l'état des sciences et des lettres,... (Germain, 1833): Àlgebra i geometria: del pensament geomètric al pensament algebraic.

- «Les sciences mathématiques étaient divisées en deux parties distinctes: Descartes sut les réunir. Elles avaient déjà fait d'assez grands progrès: l'application de l'algèbre à la géométrie leur imprima un nouvel essor. Elles étaient isolées de toutes autres recherches: la langue des calculs, déjà ployée à un usage nouveau, fut peu après susceptible d'exprimer les grands faits du ciel. Ainsi le même homme qui avait eu la gloire de renverser d'anciennes erreurs eut la gloire, plus grande encore, d'ouvrir à ses successeurs une route dans laquelle il était impossible de s'égarer. » (Germain, 1833, p. 49).
- «Les ciències matemàtiques estaven dividides en dues parts diferents: Descartes va saber reunir-les. Elles [aquestes parts] ja havien fet grans progressos: l'aplicació de l`àlgebra a la geometria els s'hi va imprimir un nou esplendor. Estaven aïllades de totes les altres recerques: la llengua dels càlculs, ja preparada per un ús nou, va ser poc després susceptible d'explicar els grans fets del cel. Així, el mateix home que havia tingut la gloria de revertir antics errors va tenir la gloria, més gran encara, d'obrir als seus successors una ruta en la que era impossible de perdre's. »

8. Algunes reflexions. Sophie Germain (1776-1831)

- Va morir a París amb 55 anys degut a un càncer de pit acompanyada de la seva germana i del seu nebot. El seu certificat de defunció no la registra com a matemàtica o científica, sinó només com a rentista.

- Alguns mesos després de la seva mort va rebre el títol de Doctor Honoris Causa per la Universitat de Göttingen, a petició de Gauss.

- Libri afirmava després de la seva mort: « Mademoiselle Sophie Germain, née a Paris le 1er avril 1776, et morte le 17 juin 1831, fut une de ces femmes destinées à montrer, par des travaux sévères, que l'intelligence de leur sexe ne cède en rien à celle du nôtre. » G. Libri, Membre de l'Académie des Sciences.

8. Algunes reflexions. Sophie Germain (1776-1831)

9. Algunes referències

- SOPHIE GERMAIN, *Correspondance de Sophie GERMAIN avec les mathématiciens et savants Cauchy, Delambre, Fourier, Gauss, Le Gendre, d'Ansse de Villoison, etc.* Bibliothèque nationale de France, 1801. Disponible a : https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b9007572p/f5.item.r=Sophie%20germain
- SOPHIE GERMAIN, *Recherches sur la théorie des surfaces élastiques,* Paris, 1821. Disponible a: https://books.google.es/books/about/Recherches_sur_la_th%C3%A9orie_des_surfaces.html?hl=es&id=7ho8AQAAIAAJ&redir_esc=y
- SOPHIE GERMAIN, *Considérations générales sur l'état des sciences et des lettres aux différentes époques de leur culture*, Paris, 1833. Disponible a: https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k62625065/f1.vertical
- EDNA E. KRAMER, *Germain, Sophie in Dictionary of Scientific Biography,* Vol. 5, (p 375-376), New York, 1970-1990.
- LEGENDRE, A.-M. 1798. *Essai sur la théorie des nombres*. Paris: Duprat.
- M. R. MASSA-ESTEVE, 2025. “History of Mathematics for Teaching and Learning Mathematics”. In: Barbin, E. , et al. (eds), *History and Epistemology in Mathematics Educations. Trends in the History of Science*. Springer , Switzerland, 277-289.
- MEHREN NAWAZ HAYAT, 2023. *Sophie Germain i les seves contribucions a la ciència*, Treball de Fi de Grau. Grau en Enginyeria en tecnologies Industrials, ETSEIB, UPC.

MOLTES GRÀCIES PER LA VOSTRA ATENCIÓ!

CONEIXER EL PASSAT PER ENTENDRE EL PRESENT QUE ESDEVINDRÀ EL FUTUR . SOPHIE GERMAIN, MATEMÀTICA REVOLUCIONÀRIA

Mª Rosa Massa-Esteve
Catedràtica emèrita de Matemàtica Aplicada
Departament de Matemàtiques. Professora de la FME
Universitat Politècnica de Catalunya
m.rosa.massa@upc.edu